

Aufgabe 1: Gordon-Zerlegung

(4 Punkte)

Zeigen Sie die Gültigkeit der Gordon-Zerlegung

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \frac{1}{2m} \bar{u}(p') [(p' + p)^\mu + i\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu] u(p), \quad (1)$$

wobei die Teilchenspinoren $u(p)$ die Dirac-Gleichung $(\not{p} - m)u(p) = 0$ erfüllen. Wie lautet die entsprechende Zerlegung für Antiteilchen, deren Spinoren $v(p)$ der Gleichung $(\not{p} + m)v(p) = 0$ genügen?

Aufgabe 2: Helizitätsanalyse: $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$

(9 Punkte)

Wir betrachten die Annihilation eines Elektron-Positron-Paares in ein Myon-Antimyon-Paar $e^+(p_1)e^-(p_2) \rightarrow \mu^+(k_1)\mu^-(k_2)$ im Rahmen der QED. Ziel dieser Aufgabe ist es, die Winkelverteilung des differentiellen QED-Wirkungsquerschnitts für *masselose* Fermionen $d\sigma/d\Omega \propto 1 + \cos^2(\Theta)$ zu erklären. Dabei ist Θ der Winkel zwischen e^- und μ^- im Schwerpunktsystem.

- (a) Zeichnen Sie die/das Feynmandiagramm(e) aller QED-Prozesse, welche in Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ beitragen, sowie die Kinematik.
- (b) Geben Sie mit Hilfe der Feynmanregeln das Matrixelement $\mathcal{A} = \langle f|T|i\rangle$ in niedrigster nichtverschwindender Ordnung für *masselose* Teilchen mit *fester Helizität* an. Wählen Sie dabei die Impulse \vec{p}_1, \vec{p}_2 entlang der z-Achse und setzen Sie jeweils die expliziten Spinoren sowie Gamma-Matrizen in der chiralen Darstellung ein. (Den Myonenvektorstrom finden Sie am einfachsten durch Drehung). Führen Sie die Berechnung für alle Kombinationen der Helizitäten durch, d.h. für $e_{\text{RH}}^- e_{\text{LH}}^+ \rightarrow \mu_{\text{RH}}^- \mu_{\text{LH}}^+, e_{\text{RH}}^- e_{\text{RH}}^+ \rightarrow \mu_{\text{LH}}^- \mu_{\text{RH}}^+$ etc, wobei RH (LH) rechts(links)händige Teilchen bezeichnet.

Berechnen Sie anschließend

$$|\overline{\mathcal{A}}|^2 = \frac{1}{4} \sum_{\text{Spins}} |\mathcal{A}|^2, \quad (2)$$

ohne die Vollständigkeitsrelation für Spinoren auszunutzen und zeigen Sie:

$$d\sigma/d\Omega \propto 1 + \cos^2(\Theta). \quad (3)$$

Hinweise zum Vorgehen:

- Begründen Sie zunächst, warum die Amplitude Null ist, wenn ein- und/oder auslaufende Teilchen untereinander dieselbe Helizität haben. Beachten Sie insbesondere, dass ein rechtshändiger Spinor $v(p')$ einem linkshändigen Antiteilchen entspricht und umgekehrt.
- Unter der Paritätstransformation P wird aus einem linkshändigen Teilchen ein rechtshändiges und umgekehrt. Nutzen Sie dies und die Invarianz der QED unter P , um z.B. die Amplitude von $e_{\text{RH}}^- e_{\text{LH}}^+ \rightarrow \mu_{\text{RH}}^- \mu_{\text{LH}}^+$ durch ihre P -Transformierte auszudrücken. Dadurch müssen effektiv weniger Amplituden explizit berechnet werden.

- (c) Die Teilamplituden haben alle charakteristische Minima und Maxima bei bestimmten Streuwinkeln. Wie kommen diese zustande? Denken Sie an die Helizitätserhaltung!

Aufgabe 3: Der seltene Zerfall $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (7 Punkte)

Vorbemerkungen: Der Quarklevel-Übergang $b \rightarrow s \mu^+ \mu^-$ ist ein wichtiger Test des Standardmodells und bestimmt die Prozesse

- $\bar{B} \rightarrow \bar{X}_s \mu^+ \mu^-$ (inklusive semileptonischer Zerfall),
- $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^{(*)} \mu^+ \mu^-$ (exklusiver semileptonischer Zerfall),
- $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (rein leptonic Zerfall).

Hier betrachten wir den Prozess $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ näher. Die Standardmodell-Vorhersage für sein Verzweigungsverhältnis lautet (arXiv:1411.4413)

$$\mathcal{B}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = (3.66 \pm 0.23) \times 10^{-9}, \quad (4)$$

d.h. von etwa 3×10^8 produzierten \bar{B}_s -Mesonen zerfällt im Schnitt nur eines in ein Myonpaar. Physik jenseits des Standardmodells kann die Zerfallsrate erhöhen.

Das aktuell gemessene Verzweigungsverhältnis von LHCb und CMS, welches durch Messungen von 2011 und 2012 ermittelt wurde, beträgt (arXiv:1411.4413)

$$\mathcal{B}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = 2.8_{-0.6}^{+0.7} \times 10^{-9} \quad (5)$$

und ist somit in Übereinstimmung mit der Standardmodellvorhersage. Beachten Sie, dass in der üblichen Konvention der Particle Data Group ein \bar{B}_s -Meson ein Bindungszustand aus einem b -Quark und einem Anti- s -Quark ist. Ein B_s -Meson besteht dann entsprechend aus einem Anti- b und einem s -Quark.

Aufgaben:

- (a) Der Zerfall $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ entspricht der Annihilation eines b -Quarks mit einem Anti- s -Quark in einen Zustand ohne Quarks, sowie der Erzeugung eines $\mu^+ \mu^-$ -Paares. Der erste Prozess kann durch ein Matrixelement vom Typ $\langle 0 | \bar{\Psi}_s \Gamma \Psi_b | \bar{B}_s(p) \rangle$ beschrieben werden. Hierbei ist p der Viererimpuls des Mesons und Γ eine Matrix aus dem Raum der durch $\Gamma_a = \{1, \gamma_5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}\}$ erzeugten Dirac-Strukturen.

Warum verschwindet $\langle 0 | \bar{\Psi}_s \Gamma \Psi_b | B_s(p) \rangle$, und wie sollte das entsprechende Matrixelement zur Annihilation eines B_s -Mesons lauten?

Hinweis: Zerlegen Sie die Quarkfelder Ψ_s, Ψ_b bzw. deren Adjungierte in Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren.

- (b) Wir wollen das Matrixelement aus a) $\langle 0 | \bar{\Psi}_s \Gamma \Psi_b | \bar{B}_s(p) \rangle$ in Lorentzinvarianten zerlegen. Die einzige externe Größe ist der Impuls p^μ . Durch

$$\langle 0 | \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_b | \bar{B}_s(p) \rangle = -i f_{B_s} p^\mu \quad (6)$$

ist die sogenannte Zerfallskonstante f_{B_s} als Proportionalitätskonstante in der Zerlegung definiert.

Warum verschwindet $\langle 0 | \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \Psi_b | \bar{B}_s(p) \rangle$, d.h. das Matrixelement über einen Vektorstrom?

Hinweis: Benutzen Sie, dass die starke Wechselwirkung, die den Bindungszustand der Quarks in Mesonen verursacht, die Parität erhält. \bar{B}_s, B_s -Mesonen sind pseudoskalare Teilchen und ihre Zustände ändern entsprechend das Vorzeichen unter Raumspiegelung.

(c) Warum verschwindet $\langle 0 | \bar{\Psi}_s \gamma^\mu \gamma^\nu \Psi_b | \bar{B}_s(p) \rangle$?

Vorlesungsseite im Internet:

<http://people.het.physik.tu-dortmund.de/~ghiller/WS1617ETT.html>