Vorlesung zur Quantenfeldtheorie SoSe 2019
5. Übungsblatt

Prof. Dr. Gudrun Hiller

Ausgabe: Donnerstag, den 09.05.2019
Abgabe: Dienstag, den 14.05.2019, 11 Uhr

Übungsleiter: Rigo Bause und Kevin Moch

Aufgabe 1: Pfadintegral einer freien skalaren Feldtheorie — 10 Punkte

Betrachten Sie das Funktionalintegral einer freien, skalaren Feldtheorie

$$Z_0[J] = \int \mathcal{D}\varphi \exp\left(\mathrm{i}\int \mathrm{d}x\,[\mathcal{L}_0 + J\,\varphi]\right) \quad , \tag{1}$$

mit der Lagrangedichte $\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}\partial^\mu\varphi\partial_\mu\varphi - \frac{1}{2}m^2\varphi^2$ und dem Funktionalmaß $\mathcal{D}\varphi \propto \Pi_x \mathrm{d}\varphi(x)$.
Bringen Sie $Z_0[J]$ auf die Form

$$Z_0[J] = \exp\left[\mathrm{i}W_0(J)\right] \tag{2}$$

und zeigen Sie, dass $W_0 \in \mathbb{R}$ gilt.

Hinweis: Führen Sie zunächst eine Variablentransformation durch:

$$\tilde{\chi}(k) = \tilde{\varphi}(k) + \frac{\tilde{J}(k)}{k^2 - m^2} \quad , \tag{3}$$

mit der Fouriertransformierten $\tilde{\varphi}(k) = \int \mathrm{d}^4x \exp(\mathrm{i}kx)\,\varphi(x)$.