

Aufgabe 1: Parität

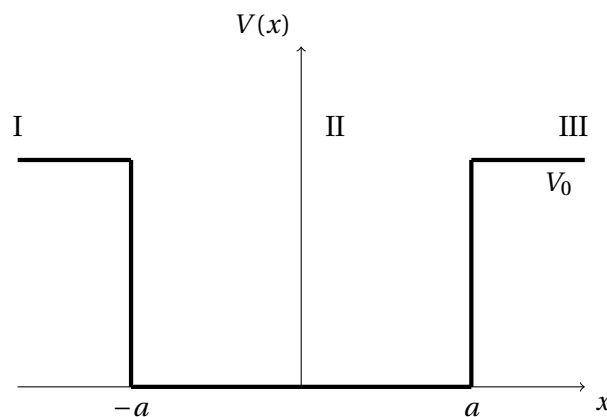
(4 Punkte)

- (a) Was ist Parität?
- (b) Um was für eine Symmetrie handelt es sich bei der Parität?
- (c) Was bedeutet es, dass ein Zustand gerade bzw. ungerade Parität besitzt?
- (d) Betrachten Sie ein symmetrisches Potential um $x = 0$, siehe Aufgabe 2. Was können Sie in diesem Fall über die Struktur der Lösung der stationären Schrödinger-Gleichung im Bereich II aussagen?

Aufgabe 2: Endlicher Potentialtopf

(8 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse m , das sich in einem endlichen Potentialtopf der Länge $2a$ befindet. Nehmen Sie hierzu an, dass seine Energie E kleiner ist als das Potential V_0 .



- (a) Stellen Sie die stationäre Schrödinger-Gleichung für die Bereiche I, II und III auf.
- (b) Betrachten Sie die Ansätze für die jeweiligen Bereiche:

$$\phi_{\text{I}}(x) = A_1 e^{q_1 x}, \quad (1)$$

$$\phi_{\text{II}}(x) = A_2 \cos(kx) + B_2 \sin(kx), \quad (2)$$

$$\phi_{\text{III}}(x) = A_3 e^{-q_3 x}. \quad (3)$$

Setzen Sie diesen Ansatz in die Schrödinger-Gleichung ein und bestimmen sie die möglichen Werte der Impulse q_1 , q_3 und k . Warum ist dieser Ansatz eine sinnvolle Wahl?

- (c) Zerlegen Sie den Ansatz aus Teil (b) in zwei Teile mit gerader bzw. ungerader Parität. Was folgt in diesen Fällen jeweils für die Koeffizienten A_1 , A_2 , B_2 und A_3 ?

- (d) Nutzen Sie für beide Fälle die Stetigkeitsbedingungen, um die folgenden transzendenten Gleichungen herzuleiten, die die möglichen gebundenen Zustände des Systems festlegen:

$$k = -q_1 \tan(ka) \quad (\text{ungerade Parität}), \quad (4)$$

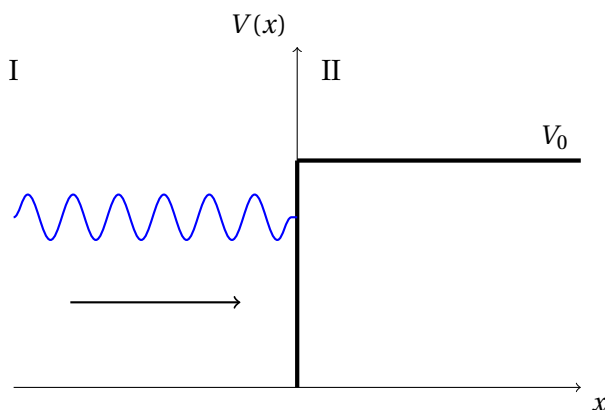
$$k = q_1 \cot(ka) \quad (\text{gerade Parität}). \quad (5)$$

- (e) Stellen Sie diese transzendenten Gleichungen graphisch dar und kennzeichnen Sie die möglichen gebundenen Zustände.

Aufgabe 3: Potentialstufe

(8 Punkte)

Betrachten Sie eine Potentialstufe der Höhe V_0 und ein Teilchen mit Impuls $\hbar k$, das von links auf die Stufe trifft.



- (a) Stellen Sie die stationäre Schrödinger-Gleichung für die Bereiche I und II auf.
 (b) Was erwarten Sie klassisch für die Fälle $E \gg V_0$ und $E \ll V_0$ (eine anschauliche Erklärung reicht hier aus). Was erwarten Sie quantenmechanisch?
 (c) Wählen Sie als komplexen Ansatz für den jeweiligen Bereich

$$\phi_{\text{I}}(x) = e^{-ikx} + r e^{ikx}, \quad (6)$$

$$\phi_{\text{II}}(x) = t e^{-qx}. \quad (7)$$

Wieso sind diese Ansätze sinnvoll und welche Bedeutung haben die komplexen Koeffizienten r und t ? Welche Werte können die Impulse k und q annehmen?

- (d) Stellen Sie mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen ein Gleichungssystem für r und t auf und bestimmen Sie diese Koeffizienten.
 (e) Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten T und den Reflexionskoeffizienten R . Welche Werte nehmen T und R in den Fällen $E \gg V_0$ und $E \ll V_0$ an?
 Tipp: Für die Koeffizienten gilt $R = |r|^2$ und $T = 1 - R$.

Webseite zur Vorlesung:

<http://people.het.physik.tu-dortmund.de/~ghiller/TH2-SS2017.html>