1. Übungsblatt zur Vorlesung **SS 2017**
Theoretische Physik II **Prof. G. Hiller**
Präsenzübung

Aufgabe 1: Bewegungsgleichungen **(0 Punkte)**
Bewegungsgleichungen sind ein zentrales Konzept in der Physik. Beantworten Sie zur Wiederholung folgende Fragen:

(a) Was ist ein Zustand?

(b) Was ist eine Bewegungsgleichung?

(c) Was bedeutet es für ein physikalisches System *deterministisch* zu sein?

Betrachten Sie nun als einfaches Beispiel die Bewegung eines Massepunktes unter dem Einfluss eines homogenen Schwerefeldes im Rahmen der klassischen Mechanik.

(d) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und berechnen Sie ihre allgemeine Lösung.

(e) Diskutieren Sie die Fragen (a) bis (c) für dieses Beispiel.

Aufgabe 2: Wellengleichung **(0 Punkte)**
Betrachten Sie die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) g(x,t) = 0\ . \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie, dass der Ansatz $g(x,t) = f_+(x+ct) + f_-(x-ct)$, mit beliebigen zweimal differenzierbaren Funktionen $f_\pm$, die Wellengleichung (1) löst.

(b) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf zweier Lösungen $f_\pm$.

(c) Unter welcher Bedingung erfüllen die periodischen Funktionen $g(x,t) = \cos(kx \pm \omega t)$ mit reellen Konstanten ω und k die Wellengleichung (1)? Was beschreiben die Konstanten ω und k physikalisch?

(d) Zeigen Sie, dass sich Lösungen der Form $g(x,t) = \cos(kx-\omega t) + \cos(kx+\omega t)$ als Produkt $g(x,t) = X(x)T(t)$ schreiben lassen. Was beschreiben diese Lösungen physikalisch? Warum ist solch ein Produktansatz nützlich bei der Lösung von partiellen Differentialgleichungen?

Aufgabe 3: Fourier Zerlegung **(0 Punkte)**

Allgemeine Lösungen der Wellengleichung (1) lassen sich als Überlagerung ebener Wellen in der Form

$$g(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \mathrm{e}^{i(kx-\omega(k)t)} \mathrm{d}k \tag{2}$$

schreiben.

Betrachten Sie im Folgenden die allgemeine Lösung für reelle Funktionen $g(x,t)$ unter Berücksichtigung der Randbedingungen

$$g(0,t) = g(L,t) = 0\ . \tag{3}$$

(a) Geben Sie ein physikalisches Beispiel für die Randbedingungen an.

(b) Zeigen Sie, dass sich die allgemeine Lösung, welche die Randbedingungen aus Gleichung (3) erfüllt, aus ebenen Wellen mit einem *diskreten* Frequenzspektrum der Form

$$g(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n x)[a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)] \tag{4}$$

zusammensetzt.

(c) Bestimmen Sie die Koeffizienten k_n explizit für die gegebenen Randbedingungen.

(d) Berechnen Sie $g(x,t)$ für die Anfangsbedingungen $\partial_t g(x,0) = 0$ und $g(x,0) = G(x)$ (siehe Abbildung 1). Nutzen Sie dazu die Orthogonalitätsrelation

$$\frac{2}{L} \int_0^L \sin(k_n x) \sin(k_m x) \mathrm{d}x = \delta_{nm}\ . \tag{5}$$

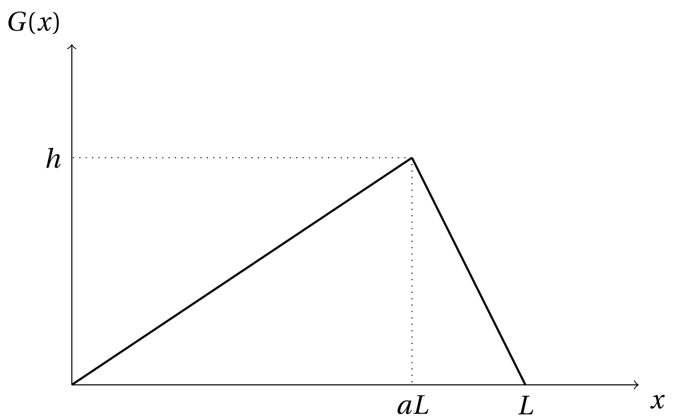

Abbildung 1: Anfangsbedingung für $g(x,0)$, wobei $0 \le a \le 1$.

Webseite zur Vorlesung:
`http://people.het.physik.tu-dortmund.de/~ghiller/TH2-SS2017.html`