1. Übungsblatt zur Vorlesung **WS 2015/2016**
Theoretische Physik I **Prof. G. Hiller**
Abgabe: bis Dienstag, den 27. Oktober 2015 16:00 Uhr

Aufgabe 1: Tiefe eines Brunnens **(5 Punkte)**
Zur Bestimmung der Tiefe eines Brunnens lassen Sie von einem Punkt P der Höhe h über der Brunnenöffnung einen Stein fallen und messen die Zeit t, die vom Loslassen des Steins bis zum Eintreffen des Schallimpulses, den der Stein beim Aufschlag auf der Wasseroberfläche im Brunnen erzeugt, vergeht.

(a) Skizzieren Sie das Problem.

(b) Bestimmen Sie einen analytischen Ausdruck für die Höhendifferenz d zwischen der Brunnenöffnung und der Wasseroberfläche als Funktion der Schallgeschwindigkeit v_S, der Zeit t und der Erdbeschleunigung g.

(c) Nähern Sie Ihr Ergebnis für die Höhendifferenz d im Grenzfall großer Schallgeschwindigkeiten v_S.

Aufgabe 2: Massenpunkt auf einer Geraden **(5 Punkte)**
Ein Massenpunkt bewege sich im dreidimensionalen Raum mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ entlang einer Geraden $\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}t$.

(a) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, für den die Entfernung des Massenpunktes vom Ursprung minimal wird.

(b) Zeigen Sie, dass der Ortsvektor des Punktes zu diesem Zeitpunkt senkrecht auf der Geraden steht.

(c) Berechnen Sie die Fläche ΔF, die vom Ortsvektor $\vec{r}(t)$ in der endlichen Zeit Δt überstrichen wird.

(d) Zeigen Sie, dass die Flächengeschwindigkeit $\Delta F/\Delta t$ konstant ist. Was bedeutet eine konstante Flächengeschwindigkeit physikalisch?

Aufgabe 3: Schiefer Wurf **(5 Punkte)**
Betrachten Sie die Bewegungsgleichung $\ddot{\vec{r}} = -g\vec{e}_z$ eines Massenpunktes in einem homogenen Gravitationsfeld.

(a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $\vec{r}(t=0) = \vec{r}_0$ und $\dot{\vec{r}}(t=0) = \vec{v}_0$.

(b) Zeigen Sie, dass die Bewegung in einer festen Ebene erfolgt. In welche Richtung zeigt die Flächennormale der Ebene?

(c) Ein Kugelstoßer werfe seine Kugel aus einer Höhe h mit einer Anfangsgeschwindigkeit $|\dot{\vec{r}}(0)| = v_0$ ab. Berechnen Sie die Weite $w(\varphi)$ in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel φ gegenüber der Horizontalen. Bestimmen Sie weiterhin den Abwurfwinkel unter denen die maximale Weite erreicht wird (betrachten Sie nur die Grenzfälle $h = 0$ und $h \gg w$).

Aufgabe 4: Harmonischer Oszillator **(5 Punkte)**

Betrachten Sie die Bewegungsgleichung $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ des eindimensionalen harmonischen Oszillators.

(a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mithilfe des Ansatzes $x(t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda t}$.

(b) Zeigen Sie, dass sich die allgemeine Lösung auch als $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, beziehungsweise $x(t) = B\cos(\omega_0 t) + C\sin(\omega_0 t)$ schreiben lässt.

(c) Bestimmen Sie den Maximalausschlag x_{max} des Oszillators für die Anfangsbedingungen $x(t = 0) = 0$ und $\dot{x}(t = 0) = v_0$. Wie groß sind Geschwindigkeit und Beschleunigung zum Zeitpunkt des Maximalauschlags?

(d) Bestimmen Sie die Maximalgeschwindigkeit v_{max} des Oszillators für die gleichen Anfangsbedingungen wie zuvor. Wie groß sind Auslenkung und Beschleunigung zum Zeitpunkt der maximalen Geschwindgkeit?