

Aufgabe 1: Wasserstoffähnliches Atom

(5 Punkte)

Ein wasserstoffähnliches Atom besteht aus einem einzelnen Elektron, das sich um einen Kern mit Z Protonen bewegt. Bestimmen Sie für ein wasserstoffähnliches Atom die Bohrschen Energien $E_n(Z)$, die Bindungsenergie $E_1(Z)$, den Bohrschen Radius $a(Z)$ und die Rydberg-Konstante R und drücken Sie Ihre Werte als Vielfache des jeweiligen Werts für das Wasserstoffatom ($Z = 1$) aus.

Wo im elektromagnetischen Spektrum liegt die Lyman-Serie für $Z = 2$ und $Z = 3$?

Aufgabe 2: Drehimpulskopplung

(15 Punkte)

Ausgangspunkt dieser Aufgabe sind zwei Teilchen mit Spin $j_1 = 1/2$, $j_2 = 3/2$ und Gesamtspin J .

- Betrachten wir die Teilchen zunächst noch getrennt. Welche Werte können die Eigenwerte der Z -Komponenten m_1 und m_2 annehmen?
- Wie viele Eigenzustände existieren für jedes Teilchen? Wie groß ist der Zustandsraum beider Teilchen zusammen?
- Jetzt betrachten wir die beiden Teilchen zusammen. Welche Werte kann der Gesamtdrehimpuls J annehmen? Welche Eigenwerte die Z -Komponente M ? (Eigenwerte des Gesamtdrehimpulsoperators J_z)
- Konstruieren sie explizit den Eigenvektor $|J = 2, M = 1\rangle$ von J_z bzw. \vec{J}^2 ausgedrückt in der Basis $|m_1, m_2\rangle$. Gehen sie dabei vom Zustand maximalen magnetischen Moments $|J = 2, M = 2\rangle = |m_1 = 1/2, m_2 = 3/2\rangle$ aus und wenden sie den Absteigeoperator $J_- = J_{1,-} + J_{2,-}$ an. Angenommen die Teilchen befinden sich im Zustand $|J = 2, M = 1\rangle$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Spin $1/2$ Teilchen im Down-Zustand ($m_z = -1/2$) anzutreffen?
- Durch weiteres Absteigen lassen sich die anderen Eigenfunktionen ebenso finden. Verzichten sie auf explizite Rechnung und geben sie die Eigenfunktionen an, indem sie eine Clebsch-Gordon Tabelle zu Rate ziehen. (hier bietet sich z.B. <http://pdg.lbl.gov/2002/clebrpp.pdf> an.)