

Aufgabe 1: Potentialtopf mit δ -Barriere

(10 Punkte)

Ein Potentialtopf wird durch eine dünne Barriere unterteilt :

$$V(x) = \begin{cases} \alpha\delta(x) & |x| \leq a, \\ \infty & \text{sonst,} \end{cases} \quad (1)$$

mit $\alpha > 0$.

- Fertigen Sie eine Skizze des Potentialverlaufs an. Spalten Sie die Wellenfunktion $\Psi(x)$ in Anteile $\Psi^-(x)$ für $x < 0$ und $\Psi^+(x)$ für $x > 0$ auf und formulieren Sie den allgemeinen Lösungsansatz für die Wellenfunktionen.
- Nutzen Sie Rand- und Anschlussbedingungen und unterscheiden Sie zwischen Lösungen mit gerader und ungerader Parität. Welche Auswirkungen hat das δ -Potential auf Lösungen gerader bzw. ungerader Parität?
- Bestimmen Sie unter Verwendung der Ergebnisse aus Aufgabenteil a) die Gleichungen, welche die Energieeigenwerte festlegen.
- Diskutieren Sie, wie sich die Energieeigenwerte bei geraden bzw. ungeraden Lösungen gegenüber denen des unendlichen Potentialtopfes ohne Unterteilung verändern. Diskutieren Sie auch den Fall einer Wand sehr großer bzw. sehr kleiner Durchlässigkeit α .
- Zeichnen Sie den *qualitativen* Verlauf zweier Wellenfunktionen unterschiedlicher Parität in Ihre Skizze ein.

Hinweis: Nutzen Sie die Randbedingungen an den Stellen $x = \pm a$ und die Sprungbedingung für δ -Potentiale

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \Psi'(0 + \epsilon) - \Psi'(0 - \epsilon) = \alpha \frac{2m}{\hbar^2} \Psi(0). \quad (2)$$

Aufgabe 2: Potentialbarriere**(10 Punkte)**

Betrachten Sie einen Potentialwall der Höhe V und Breite L und ein Teilchen mit Impuls k (ebene Welle), das von links auf den Wall auftrifft. Berechnen Sie den Transmissionskoeffizienten und den Reflexionskoeffizienten jeweils für den Fall sehr hoher Energien $E \gg V$ und sehr kleiner Energien $E \ll V$. Wie hängt die Tunnelwahrscheinlichkeit im zweiten Fall ($E \ll V$) von L ab?

