

Aufgabe 1: Zeitentwicklung von Zuständen (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass wenn der lineare Zeitentwicklungsoperator U unitär ist, das innere Produkt aus den Zwei-Zustands-Vektoren $|A\rangle$ und $|B\rangle$ invariant unter Zeitentwicklung dieser Zustände ist.

Beschreiben Sie kurz, was diese Tatsache für die Physik bedeutet.

Aufgabe 2: Hermitezität von Operatoren (6 Punkte)

Seien L und S hermitesche Operatoren. Zeigen Sie, dass

$$O = i[L, S]$$

ebenfalls hermitesch ist.

Aufgabe 3: Noch mehr Paulimatrizien (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Paulimatrizien σ_i die Kommutatorrelation

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk}\sigma_k,$$

mit den Indices $i, j, k \in [1, 2, 3]$, erfüllen.

Aufgabe 4: Dimensionsanalyse (6 Punkte)

Die Poisson Klammer der klassischen Mechanik ist definiert als

$$\{F, G\} = \sum_{k=1} \left(\frac{\partial F}{\partial q_k} \frac{\partial G}{\partial p_k} - \frac{\partial F}{\partial p_k} \frac{\partial G}{\partial q_k} \right),$$

wobei q_k die generalisierten Koordinaten und p_k die konjugierten Impulse darstellen. Zeigen Sie, dass die Identifikation (1) mit dem Kommutator in der Quantenmechanik

$$[\hat{F}, \hat{G}] \Leftrightarrow i\hbar\{F, G\} \quad (1)$$

keine Dimensionsprobleme hervorruft.