

**Aufgabe 1: Haarnadel**

(5 Punkte)

Ein unendlich langer Draht ist in der Form einer Haarnadel, wie in der Abbildung unten skizziert, gebogen und wird von einem Strom  $I$  durchflossen. Bestimmen Sie mit Hilfe des Biot-Savart-Gesetzes das Magnetfeld am Punkt  $P$ , der im Krümmungsmittelpunkt des Halbkreises mit Radius  $r$  liegt.



**Tipp:** Für das auftretende Integral gilt:

$$\int \frac{a}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dx = \frac{x}{a\sqrt{x^2 + a^2}} \quad (1)$$

**Aufgabe 2: Gauß'sches Gesetz**

(8 Punkte)

Gegeben seien 3 geladene Kugeln jeweils mit Radius  $a$  und Gesamtladung  $Q$ . Die Erste von ihnen sei leitend, die Zweite enthalte eine über ihr Volumen homogen verteilte Ladungsdichte und die Dritte eine kugelsymmetrische Ladungsdichte, die in radialer Richtung wie  $r^n$  ( $n > -3$ ) variiert ( $n \in \mathbb{Z}$ ).

- Bestimmen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Gesetzes die elektrischen Felder innerhalb und außerhalb dieser Kugeln.
- Skizzieren Sie die Radialabhängigkeit der Felder für die ersten beiden Kugeln und für die Dritte im Falle von  $n = -2, +2$ .

**Aufgabe 3: Punktartiger Dipol**

(7 Punkte)

Ein punktförmiger Dipol mit dem Dipolmoment  $\vec{p}$  befinde sich an der Stelle  $\vec{r}_0$ . Zeigen Sie unter Verwendung der Ableitungseigenschaften der Delta-Funktion, dass der Dipol zur Berechnung seines Potentials  $\Phi$  bzw. seiner Energie in einem äußeren Feld durch eine effektive Ladungsdichte folgendermaßen beschrieben werden kann.

$$\rho_{\text{eff}}(\vec{r}) = -\vec{p} \cdot \vec{\nabla} \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (2)$$

**Tipp:** Es darf folgende Relation angenommen werden:

$$\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (3)$$