2. Übungsblatt zur Vorlesung **WS 2015/2016**
Theoretische Physik I **Prof. G. Hiller**
Abgabe: bis Dienstag, den 3. November 2015 16:00 Uhr

Aufgabe 1: Kräfte **(5 Punkte)**

(a) Wie lauten die Newtonschen Axiome?

(b) Wann ist eine Kraft konservativ?

(c) Welche der folgenden Kräfte sind konservativ?

$$\vec{F}_1 = -k\vec{x} \tag{1}$$
$$\vec{F}_2 = -k\vec{x} - \alpha\dot{\vec{x}} \tag{2}$$
$$\vec{F}_3 = (\alpha_1 y^2 z^3 - 6\alpha_2 x z^2)\vec{e}_x + 2\alpha_1 x y z^3 \vec{e}_y + (3\alpha_1 x y^2 z^2 - 6\alpha_2 x^2 z)\vec{e}_z \tag{3}$$

$$(k, \alpha, \alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R})$$

Aufgabe 2: Koordinatentransformation **(5 Punkte)**

Es seien $\vec{e}_1{}'$, $\vec{e}_2{}'$ zwei orthonormale Vektoren, die die x′-Achse und die y′-Achse definieren. Ein Massepunkt durchlaufe in diesem System die Bahnkurve

$$\vec{r(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(a_1 \cos\omega t + a_2 \sin\omega t\right)\vec{e}_1{}' + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-a_1 \cos\omega t + a_2 \sin\omega t\right)\vec{e}_2{}'. \tag{4}$$

(a_1, a_2, ω konstant und $\in \mathbb{R}^+$)

(a) Gehen Sie von $\vec{e}_1{}'$ und $\vec{e}_2{}'$ zu einer neuen Orthonormalbasis $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ über, d.h. zu neuen x- und y-Achsen. Führen Sie die Koordinatentransformation derart durch, dass die Darstellung der Bahnkurve möglichst einfach wird.
Hinweise: Trennen Sie die Gleichung nach den sin- *und* cos-*Termen auf, und definieren Sie auf dieser Grundlage ihre neue Basis.*

(b) Das Problem wird nun in den dreidimensionalen Raum übertragen. Dazu wird die Bewegung des Massepunktes in Richtung der z-Achse durch einen additiven Faktor $-\frac{1}{2}gt^2\vec{e}_3$ beschrieben. Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v(t)}$ und die Beschleunigung $\vec{a(t)}$ des Massepunktes. Welche Beziehung besteht zwischen $\vec{r(t)}$ und $\vec{a(t)}$ in der x-y-Ebene?

(c) Zeichnen Sie die Projektion der dreidimensionalen Bahnkurve auf die x-y-Ebene. Wie verhält sich in dieser Darstellung der Ortsvektor als Funktion von t? Beschreiben Sie anschließend die gesamte dreidimensionale Bewegung des Massepunktes.

Aufgabe 3: Fallschirmspringer **(5 Punkte)**

Ein Fallschirmspringer springt am Äquator in 3km Höhe von einem Hubschrauber aus ab ($v_0 = 0$). Da unglücklicherweise sein Fallschirm versagt, bewegt er sich im freien Fall. Man berechne die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ unter Vernachlässigung der Zentrifugalbeschleunigung.
Hinweis: Man beachte, dass sich die Erde während der Fallzeit dreht (Stichwort: Coriolisbeschleunigung $\vec{a}_c = -2\vec{\omega} \times \vec{v}$). Es ist vorteilhaft, zunächst die Geschwindigkeit $\vec{v}$ ohne Berücksichtigung der Coriolisbeschleunigung zu berechnen und erst dann $\vec{v}$ in $\vec{a}_c$ einzusetzen.

Letztendlich hat der Fallschirmspringer Glück im Unglück und fällt in den Fluss Kongo (bei Mbandaka), was ihm das Leben rettet. Wo ist er abgesprungen?
Für die Rechnung lege man die Flussmitte in den Ursprung eines Koordinatensystems, wobei die z-achse parallel zur Erdachse, die y-Achse entlang des Äquators und die x-Achse bezüglich des Erdmittelpunktes radial nach außen zeigen sollte.

Aufgabe 4: Karussell **(5 Punkte)**
Ein Kind, welches in dieser Aufgabe der Einfachheit halber als punktförmig angenommen werden kann, springt auf ein ruhendes, kreisförmiges Karussell auf, das um seinen Mittelpunkt reibungsfrei gelagert ist. Das Karussell wiege $M = 160$ kg, und habe einen Radius von $R = 2$m. Das Kind wiege $m = 20$kg, und springt mit einer Geschwindigkeit von $v = 5$m/s tangential auf den Rand des Karussells auf. Es bleibt dann dort stehen, und versetzt auf diese Weise das Karussell in Drehbewegung.

(a) Welchen Drehimpuls besitzt das Kind bezüglich des Karussell-Mittelpunktes beim aufspringen?

(b) Berechnen Sie das Gesamtträgheitsmoment des Systems aus Kind und Karussell.

(c) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich das Karussell, nachdem das Kind aufgesprungen ist?